FUNCIONES

Recordemos

Una relación es una asociación entre variables. Por ejemplo, lanzar una pelota hacia arriba y tiempo que se demora en alcanzar la altura máxima, relacionan la altura y el tiempo.

La definición formal de **relación**, dice que:

Una relación en el conjunto numérico de los números Reales, es una regla de correspondencia que asocia a cada número real "x" de un conjunto de partida (llamado Dominio de la relación) uno o más números reales "y" de un conjunto de llegada.

Es decir, una relación es un conjunto de pares ordenados, donde se utiliza la siguiente notación para identificar una relación:

$$\boxed{R: A \rightarrow B \;\; que\ se\ lee, "la\ relación\ R, de\ A\ a\ B"}$$

Si el par ordenado (a, b) pertenece a la relación, donde a pertenece al conjunto A y b pertenece al conjunto B, entonces podemos definir:

- **Pre imagen**: elemento del conjunto de partida o Dominio, por lo tanto, en el par ordenado (a, b), el elemento a corresponde a la Pre imagen.

- **Imagen:** elemento del conjunto de llegada o Recorrido, por lo tanto, en el par ordenado (a, b), el elemento b corresponde a la Imagen.

<u>Ejemplo:</u>

Si tenemos los siguientes conjuntos:

$$A = \{1,2,3,4,5\} \quad y \quad B = \{1,2,3,4\}$$

, podemos definir la siguiente relación:

$$R: A \rightarrow B, \quad R = \{(1,1), (1,2), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2)\}$$

Una relación se puede representar de diferentes formas:

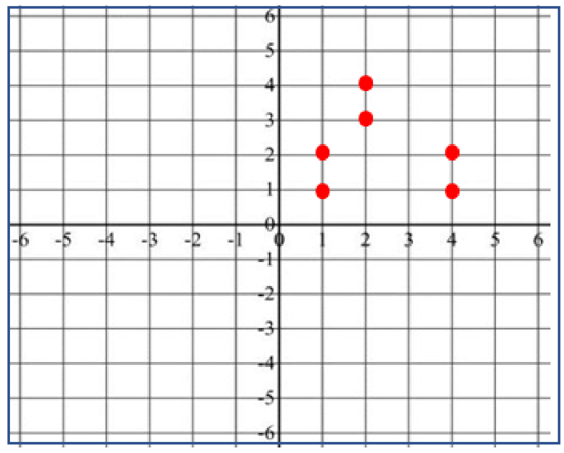
1. **Tabla de valores.**

Si definimos la siguiente relación: $R: A \rightarrow B, \quad R = \{(1,1), (1,2), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2)\}$

Elemento del conjunto A	Elemento del conjunto B
1	1
1	2
2	3
2	4
4	1
4	2

2. **Gráfico cartesiano.**

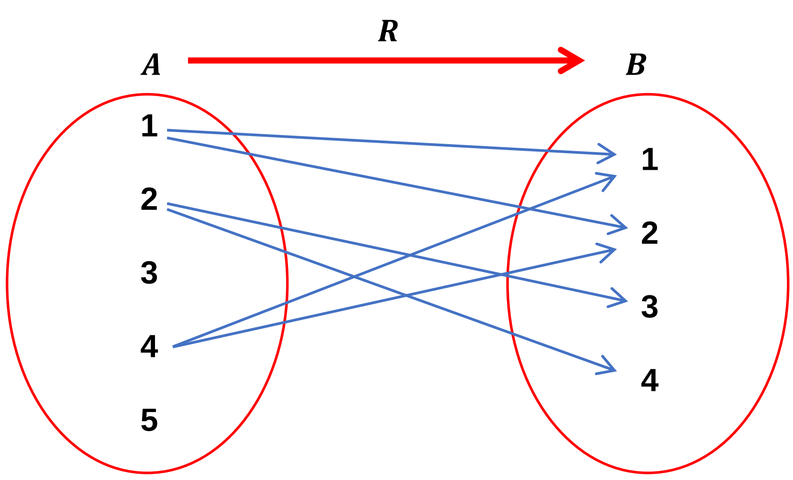
Si definimos la siguiente relación: $R: A \to B$, $R = \{(1,1), (1,2), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2)\}$



En este caso, los pares ordenados que graficamos como puntos en el plano cartesiano, no se deben unir, ya que la relación está definida sólo para estos puntos.

3. **Diagrama Sagital o Diagrama de Venn**

Si definimos la siguiente relación: $R: A \to B$, $R = \{(1,1), (1,2), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2)\}$



4. **Expresión algebraica.**

Dependiendo de la relación entre las variables, se obtendrá una ecuación algebraica que representa dicha relación.

Por ejemplo: $y = x^2$, donde una de las variables es igual al cuadrado de la otra variable.

DEFINICIÓN DE FUNCIÓN

Una función es una relación entre dos conjuntos numéricos, que a cada número del primer conjunto le asocia un único número del segundo conjunto.

Además, para que una relación sea una función debe cumplir con la siguiente condición:

- A **todos** los elementos del conjunto de partida les corresponde un **único** elemento del conjunto de llegada.

En palabras simples, todos los elementos del conjunto de partida deben estar relacionados con un único elemento del conjunto de llegada.

Una función se representa con el símbolo $f(x)$, donde tenemos dos variables. La variable "x" pertenece al conjunto Dominio de la función y la variable "y" o "$f(x)$", pertenece al conjunto de llegada o Recorrido de la función.

Ejemplo:

$$La\ función\quad f(x) = 3x - 1\quad ,\quad también\ se\ puede\ escribir\quad y = 3x - 1$$

Para determinar si una relación es una función, en sus distintas representaciones, utilizaremos las siguientes estrategias:

Para identificar si una relación es una función, teniendo una tabla de valores, solo debemos observar los elementos del primer conjunto (conjunto de partida o Dominio) o primera columna, quienes no se deben repetir, ya que los elementos del Dominio sólo se deben relacionar con un **único** elemento del Recorrido.

Ejemplo:

Existen elementos en el Dominio que se repiten por lo que esta relación NO representa una función.

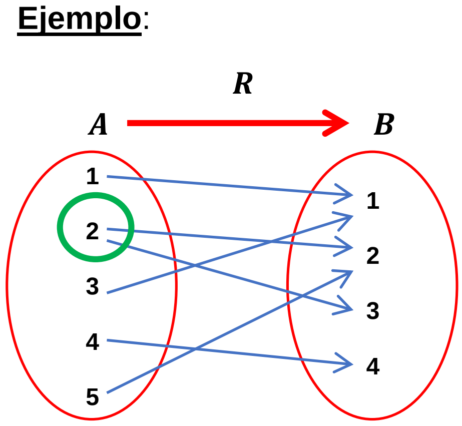
Elemento del conjunto A	Elemento del conjunto B
1	1
1	2
2	3
2	4
4	1
4	2

Los elementos del Dominio no se repiten por lo tanto la relación representada Sí es una función, a pesar de existir elementos repetidos en el Recorrido.

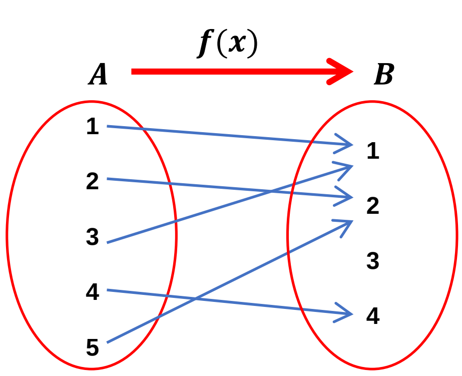
Elemento del conjunto A	Elemento del conjunto B
1	1
2	2
3	2
4	3
5	3

Para identificar si una relación que se presenta es una función dado un Diagrama Sagital, solo debemos observar que de **todos** los elementos del conjunto de partida (Dominio), salga **una única** flecha hacia algún elemento del conjunto de llegada.

Ejemplo:



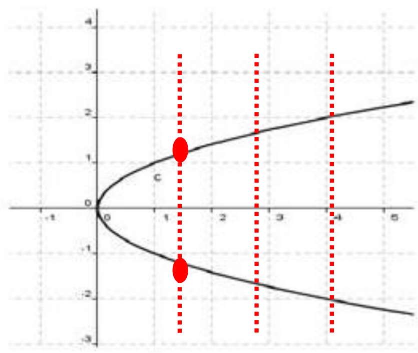
La siguiente relación no representa una función ya que existe un elemento en A, desde donde salen dos flechas, es decir, se relaciona con dos elementos. Nuevamente no interesa como se comporte el conjunto de llegada.



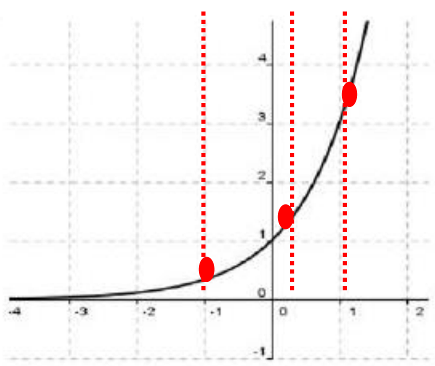
La siguiente relación sí representa una función ya que de todos los elementos de A, sale solo una única flecha hacia el conjunto de llegada.
A pesar de que en el conjunto de llegada existen elementos a los cuales llega más de una flecha.

Para identificar si una relación que se presenta es una función dado un gráfico cartesiano, se utiliza el criterio de la recta vertical, es decir, al dibujar rectas verticales sobre el gráfico estas deben intersectar en un único punto del gráfico.
Al dibujar rectas paralelas al eje y, o verticales en el gráfico de una función, observarás que estas rectas intersectan esta función en más de un punto, por tanto, no corresponderá a una función.

Ejemplo:



Las rectas verticales intersectan al gráfico en dos puntos por lo tanto este no representa una función, ya que un elemento del conjunto de partida está relacionado con dos elementos del conjunto de llegada.

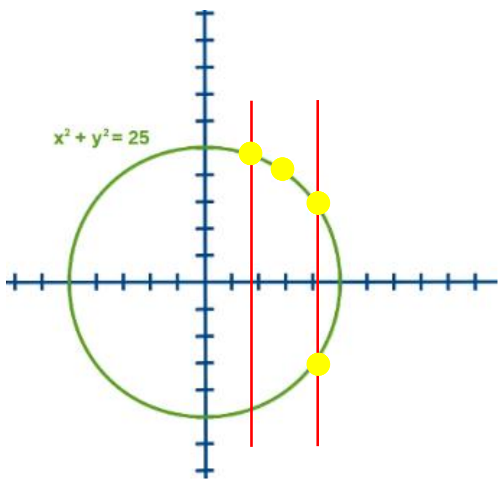


Cada recta vertical intersecta al gráfico en un único punto por lo que el gráfico sí representa una función, ya que un elemento del conjunto de partida está relacionado con un único elemento del conjunto de llegada.

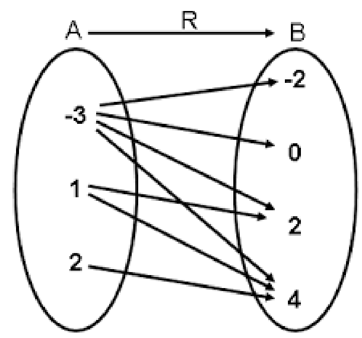
Práctica

1. Indica en cada caso si se encuentra representada una función.

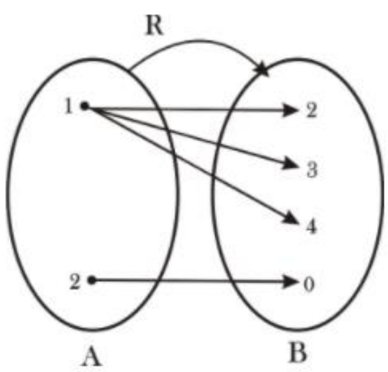
a)



d)



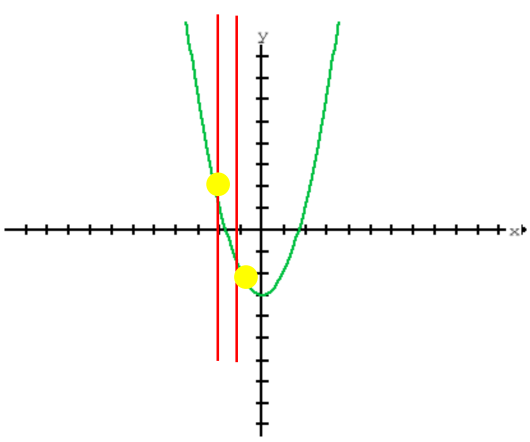
b)



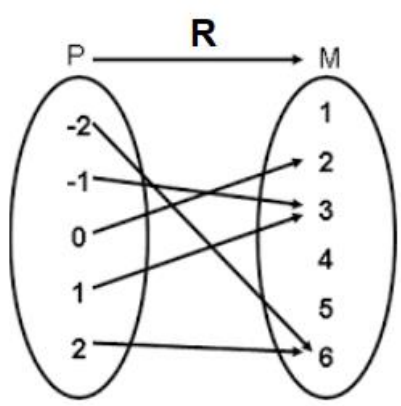
e)

x	y
1	2
2	5
3	10
4	17
− 1	2
− 2	5
− 3	10

c)



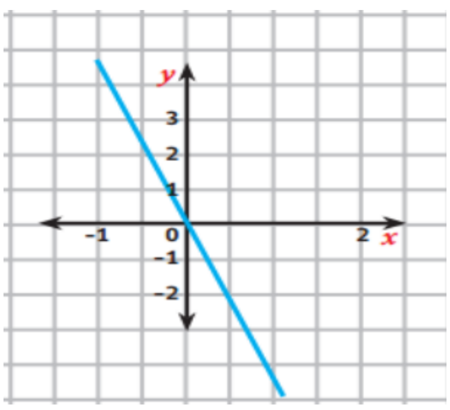
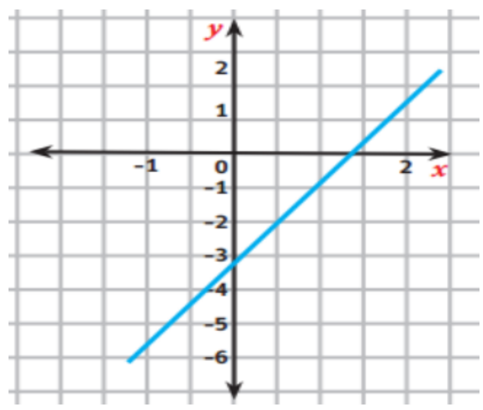
f)



FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN

Las funciones Lineal y Afín, representan gráficamente una línea recta en el plano cartesiano y su forma algebraica corresponde a una ecuación de primer grado con una incógnita.

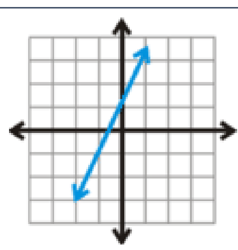
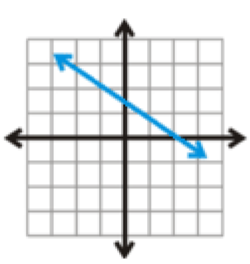
Si comparamos la función Lineal y Afín:

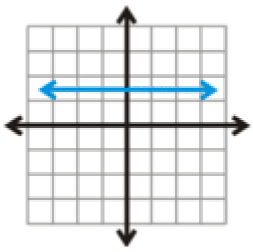
FUNCIÓN LINEAL	FUNCIÓN AFÍN
Forma algebraica: $f(x) = mx \quad , \quad m \neq 0$ Por ejemplo: $f(x) = -5x$	Forma algebraica: $f(x) = mx + n \quad , \quad m \neq 0 \; , n \neq 0$ Por ejemplo: $f(x) = \frac{-5}{3}x + 2$
Gráficamente la función lineal corresponde a una recta que pasa por el origen del plano cartesiano. Por ejemplo: 	Gráficamente la función afín corresponde a una recta que no pasa por el origen del plano cartesiano. Por ejemplo: 

No obstante existen dos elementos presentes en las funciones lineal y afín que vamos a analizar. Estos son los coeficientes m y n.

PENDIENTE DE LA RECTA.

El coeficiente $\boldsymbol{m}$, **pendiente de la recta**, está relacionado a la inclinación de la recta con el eje x. Dependiendo de los valores de m, tendremos los siguientes casos:

	Si $m > 0$. La función es creciente.	**Ejemplo:** 1) $f(x) = 5x + 2$, corresponde a una función afín cuya pendiente es 5. 2) $f(x) = 20x$, corresponde a una función lineal cuya pendiente es 20.
	Si $m < 0$. La función es decreciente.	**Ejemplo:** 1) $f(x) = -10x - 3$, corresponde a una función afín cuya pendiente es -10. 2) $f(x) = -\frac{2}{3}x$, corresponde a una función lineal cuya pendiente es $-\frac{2}{3}$.

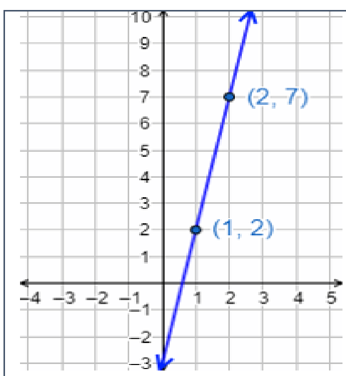
	Si $m = 0$. La función es constante	**Ejemplo:** $f(x) = -3$, corresponde a una función afín cuya pendiente es 0.

Recordemos que la pendiente de una recta se determina a partir de dos puntos que pertenezcan a ella:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad , donde\ A(x_1, y_1)\ y\ B(x_2, y_2)\ son\ puntos\ que\ pertenecen\ a\ la\ recta.$$

Ejemplo:

Determinar la pendiente de la siguiente recta.



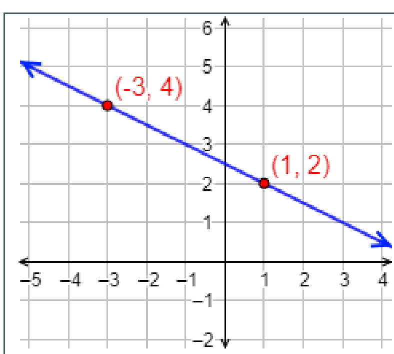
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad donde\ A(1,2)\ y\ B(2,7)$$

Reemplazando las coordenadas de los puntos en la fórmula, tenemos que:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \to \quad m = \frac{7-2}{2-1} \quad \to \quad m = \frac{5}{1}$$

$$m = 5$$

Ejemplo:



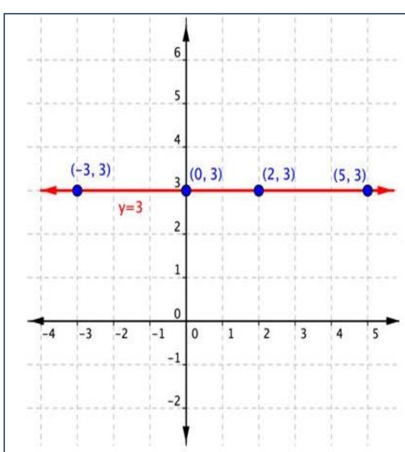
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad donde\ A(1, 2)\ y\ B(-3, 4)$$

Reemplazando las coordenadas de los puntos en la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \to m = \frac{4-2}{-3-1} \to m = -\frac{2}{4} =$$

$$m = -\frac{1}{2}$$

Ejemplo:



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad donde\ A(-3, 3)\ y\ B(5, 3)$$

Reemplazando las coordenadas de dos puntos en la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \to \quad m = \frac{3-3}{5--3} \quad \to \quad m = \frac{0}{8}$$

$$m = 0$$

COEFICIENTE DE POSICIÓN

El coeficiente $\boldsymbol{n}$, **coeficiente de posición**, esta asocaido al punto de intersección con el eje de las ordenadas, que es (0, $\boldsymbol{n}$). Este coeficiente es un punto donde la coordenada ubicada en el eje x o eje de las abscisas es cero.

Ejemplo:

Se tiene la siguiente función afín: $f(x) = -5x + 12$. Al releer la función observamos que

$n = 12$, ya que la función está escrita en su forma $f(x) = mx + n$. El punto de intersección con el eje y es $(0{,}12)$.

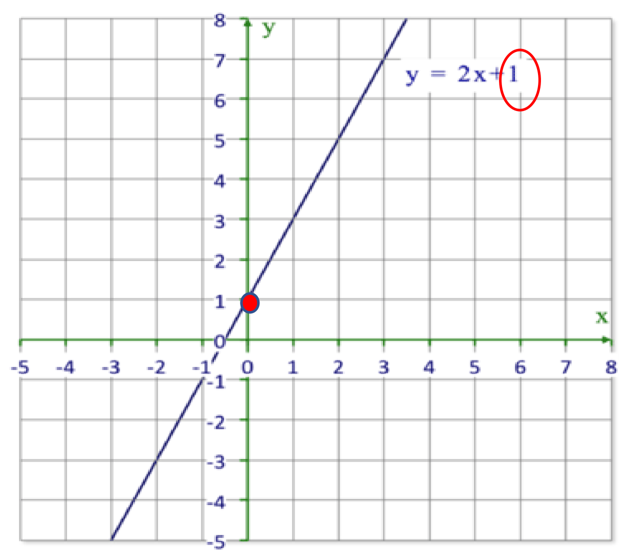
Ejemplo:

Se tiene la siguiente función lineal: $f(x) = 5x$. Al releer la función, observamos que $n = 0$, ya que la función está escrita en su forma $f(x) = mx + n$. Podemos decir también que el punto de intersección con el eje y es (0,0).

Recuerda que el coeficiente de posición es un punto, cuya forma es $(0, n)$

Ejemplo:

Si observamos la siguiente gráfica con su respectiva expresión algebraica, notaremos que la intersección con el eje y corresponde al punto $(0{,}1)$



INTERSECCIONES CON LOS EJES.

Una función lineal o afín va a intersectar a los ejes de las abscisas y ordenadas, de acuerdo a las características de la función, considerando que puede no intersectar al eje x, como en la función constante.

Algebraicamente se pueden determinar las intersecciones a partir de los coeficientes m y n de la función.

TIPO DE FUNCIÓN	**Intersección eje x**	**Intersección eje y**
FUNCIÓN LINEAL $f(x) = mx$	$(0,0)$	$(0,0)$
FUNCIÓN AFÍN $f(x) = mx + n$	$(-\frac{n}{m}, 0)$	$(0, n)$

Ejemplo:

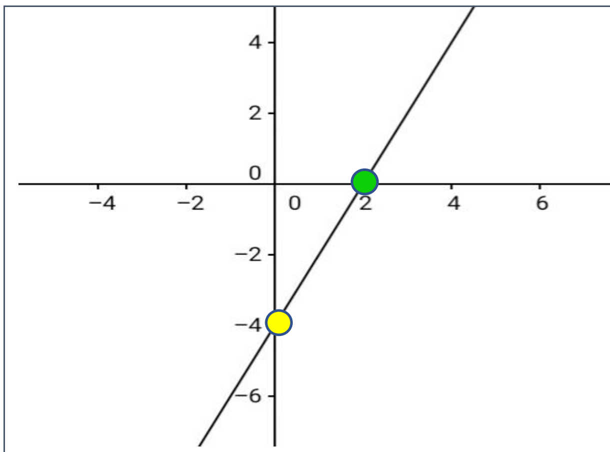
Determina las intersecciones con los ejes, de la función $f(x) = -5x + 3$.

Es una función afín por lo que:

FUNCIÓN AFÍN	Intersección eje x	Intersección eje y
$f(x) = mx + n$	$\left(-\frac{n}{m}, 0\right)$	$(0, n)$
$f(x) = -5x + 3$	$\left(-\frac{3}{-5}, 0\right)$ $\left(\frac{3}{5}, 0\right)$	$(0,3)$

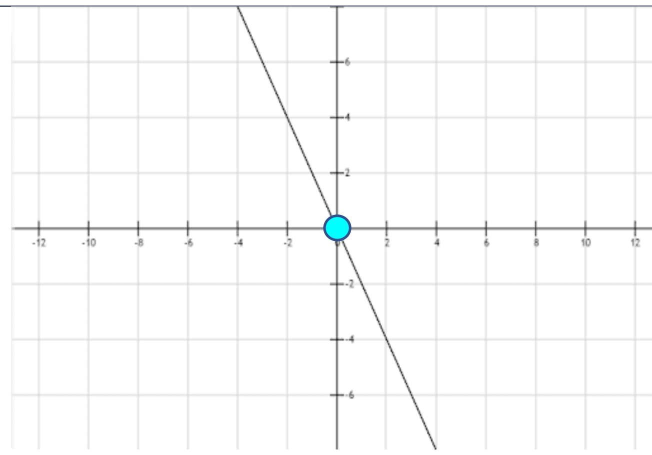
Ejemplo:

Determina las intersecciones con los ejes, de las siguientes gráficas de funciones.



La función que representa la gráfica es una **función afín**, ya que intersecta con los ejes en puntos distintos al origen del plano cartesiano.

Intersección con el eje x : $(2,0)$
Intersección con el eje y : $(0,-4)$

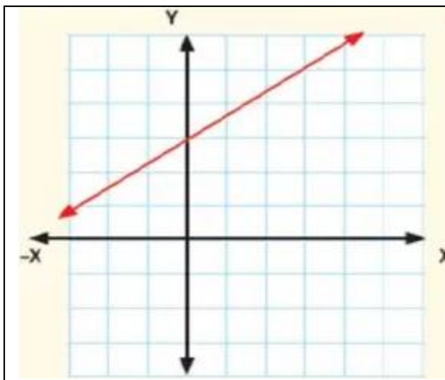
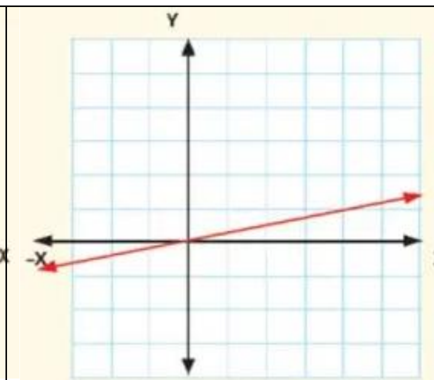
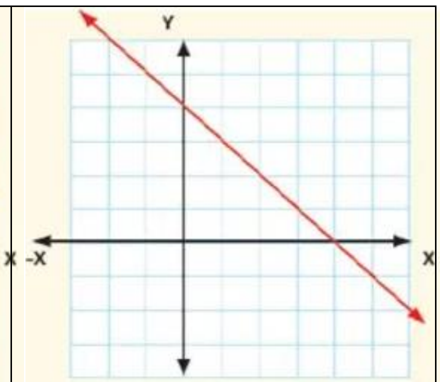


La función que representa la gráfica es una **función lineal**, ya que intersecta a los ejes en el origen del plano cartesiano.

Intersección con el eje x : $(0,0)$
Intersección con el eje y : $(0,0)$

Práctica

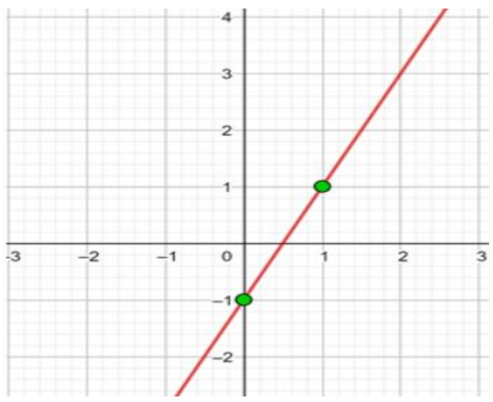
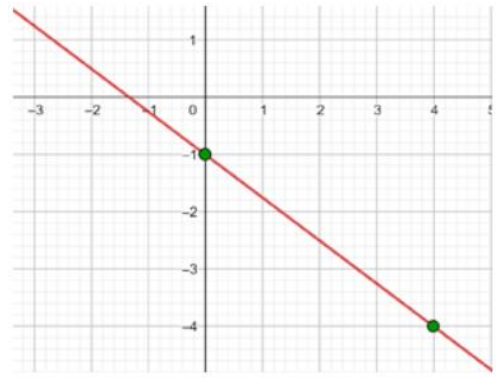
1. Clasifica las siguientes gráficas como función lineal o función afín.

		
a.	b.	c.

2. Determina para cada función:

a) La pendiente.
b) El coeficiente de posición.
c) Intersecciones con los ejes.

a. $f(x) = \frac{2}{3}x - 2$	b. $f(x) = -4x + 1$
Pendiente	Pendiente
Coeficiente de Posición	Coeficiente de Posición
Intersecciones con los ejes Eje x Eje y	Intersecciones con los ejes Eje x Eje y

c) 	d) 
Pendiente	Pendiente
Coeficiente de Posición	Coeficiente de Posición
Intersecciones con los ejes Eje x Eje y	Intersecciones con los ejes Eje x Eje y

Míster Guillermo Pavez Bustamante

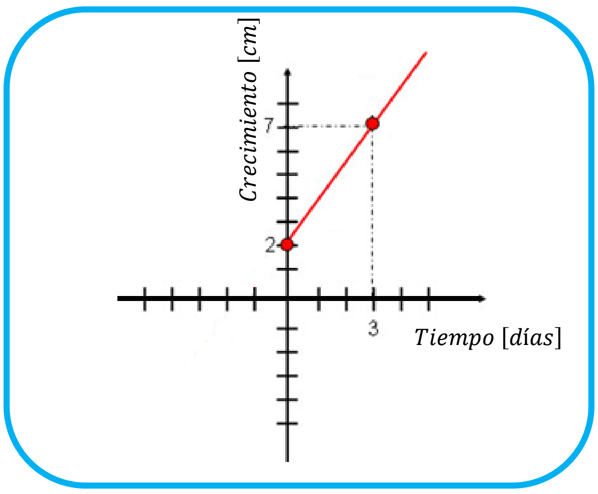
Desafío

Utilizando lo que aprendiste, resuelve la siguiente actividad:

En la clase de matemática, el profesor presenta una gráfica que representa el tiempo (en días) y la medida del crecimiento de una planta (en centímetros).

El profesor indica que si conocemos la expresión algebraica que rige esta gráfica, podremos conocer otros valores que no están presentes en la gráfica, como, por ejemplo, conocer cuánto podría medir la planta después de 10 días.

¿Podrías encontrar la expresión algebraica de esta función?



Caracterización de la función cuadrática

Recordemos

Una función es una relación entre dos conjuntos numéricos, que a cada número del primer conjunto le asocia un único número del segundo conjunto.

Además, para que una relación sea una función debe cumplir con la siguiente condición:

- A **todos** los elementos del conjunto de partida le corresponde un **único** elemento del conjunto de llegada.

En palabras simples, todos los elementos del conjunto de partida deben estar relacionados con sólo un elemento del conjunto de llegada.

Una función se representa con el símbolo $f(x)$, donde tenemos dos variables. La variable "x" pertenece al conjunto Dominio de la función y la variable "y" o "$f(x)$", pertenece al conjunto de llegada o Recorrido de la función.

Por ejemplo:

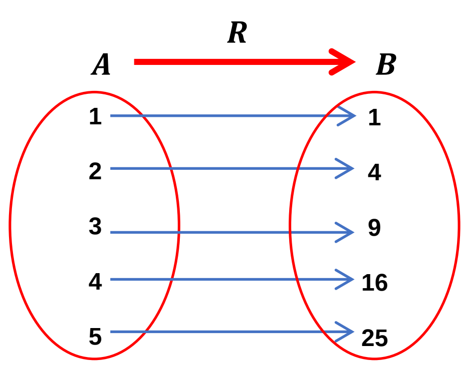
$$La\ función\ f(x) = 3x^2 - 1 \quad también\ se\ puede\ escribir\ y = 3x^2 - 1$$

Una función se puede representar o relacionar con:

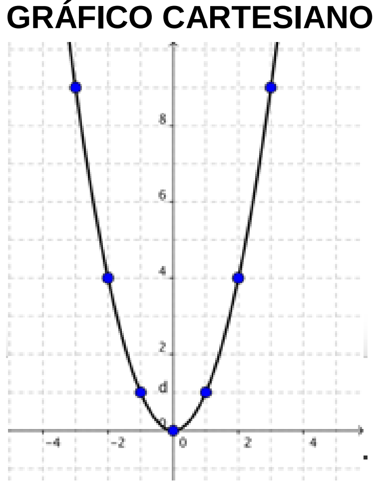
1. **TABLA DE VALORES**

x	$f(x)$
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

2. **DIAGRAMA SAGITAL**



3. **GRÁFICO CARTESIANO**



4. **EXPRESIÓN ALGEBRAICA**

$$f(x) = x^2$$

Todas las representaciones anteriores son de un tipo de función, llamada FUNCIÓN CUADRÁTICA. No obstante ¿qué es una función cuadrática? ¿Cuáles son sus características?, ¿para qué sirve una función cuadrática?

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Una función cuadrática se relaciona con una ecuación de segundo grado donde se cumple que la variable independiente x está al cuadrado y se puede escribir como:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Esta expresión algebraica también se puede escribir como:

$$y = ax^2 + bx + c$$

A estas dos escrituras se les denomina **forma general** de la función cuadrática.

Se debe cumplir que:

- a sea distinto de cero, ya que si es cero, la función se transforma en una función lineal o afín.
- a, b y c sean números que pertenecen al conjunto de los Números Reales.

En ciertas ocasiones la función cuadrática puede no estar escrita en su forma general, por lo que debemos aplicar procedimientos algebraicos, para obtener su escritura de forma general.

<u>Ejemplo</u>

a)	$f(x) = 2x^2 + 5x - 2$	La función está escrita en su forma general.
b)	$y = x^2 - 3x$	La función está escrita en su forma general
c)	$f(x) = (x - 3)^2 - 5$	La función NO está escrita en su forma general
d)	$0 = -3x^2 + 2x - y$	La función NO está escrita en su forma general

En el caso del ejemplo c), se debe desarrollar el cuadrado de binomio y luego reducir términos para obtener la forma general de la función cuadrática, es decir:

$$f(x) = (x - 3)^2 - 5$$

$$f(x) = x^2 - 6x + 9 - 5$$

$$\boldsymbol{f(x) = x^2 - 6x + 4}$$

En el caso del ejemplo d), se deben ordenar los términos para obtener la forma general de la función cuadrática, es decir:

$$0 = -3x^2 + 2x - y$$

$$\boldsymbol{y = -3x^2 + 2x}$$

COEFICIENTES DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

La función cuadrática al estar asociada a una ecuación cuadrática, considera los siguientes elementos:

$$\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$$

Término cuadrático Término lineal Término independiente

El término cuadrático posee un coeficiente numérico, simbolizado por la letra a.
El término lineal posee un coeficiente numérico, simbolizado por la letra b.
El término independiente es un coeficiente numérico simbolizado por la letra c.

Las letras a, b y c son los llamados coeficientes (en algunos casos el coeficiente b o c pueden ser cero).

Ejemplos:

$f(x) = 2x^2 + 5x - 2$	La función tiene presente los tres coeficientes a, b y c (distintos de cero).
$f(x) = x^2 - 3x$	En la función, $c = 0$.
$f(x) = x^2 + 10$	En la función, $b = 0$.
$f(x) = -3x^2$	En la función, b y c es igual a cero.

Más adelante, los coeficientes tomarán mayor importancia al usarse para encontrar los elementos de la gráfica de una función cuadrática.

Práctica

3. Determina si las siguientes funciones corresponden a funciones cuadráticas.

a)	$f(x) = x^2$	d)	$f(x) = x - 3$
b)	$y = -\frac{2}{5}x^2 + 3$	e)	$f(x) = (x-5)^2 - 2$
c)	$y - x^2 = x^2 + 5x - 2$	f)	$y - 4x^2 = (2x+1)^2$

4. Determina los coeficientes a, b y c, de las funciones:

a) $f(x) = x^2$	$a =$	d) $f(x) = x - 3$	$a =$
	$b =$		$b =$
	$c =$		$c =$
b) $y = -\frac{2}{5}x^2 + 3$	$a =$	e) $f(x) = (x-5)^2 - 2$	$a =$
	$b =$		$b =$
	$c =$		$c =$
c) $y - x^2 = x^2 + 5x - 2$	$a =$	f) $y - 4x^2 = (2x+1)^2$	$a =$
	$b =$		$b =$
	$c =$		$c =$

TABLA DE VALORES

Cuando evalúas una función de cualquier tipo, le asignas valores a la variable independiente x, los cuales son reemplazados en la expresión algebraica y nos permite obtener el valor de la variable dependiente y. Al encontrar estos valores obtendremos un par ordenado (o punto). Dado varios puntos, podemos obtener su gráfica en el plano cartesiano.

Generalmente el procedimiento para obtener una tabla de valores tiene tres pasos:

Paso 1

Asignar valores a la variable independiente x

Los valores utilizados para la variable independiente puedes asignarlos arbitrariamente

Paso 2

Reemplazar los valores de x en la función y valorizar

Debes tener cuidado con las operaciones y signos al valorizar la función

Paso 3

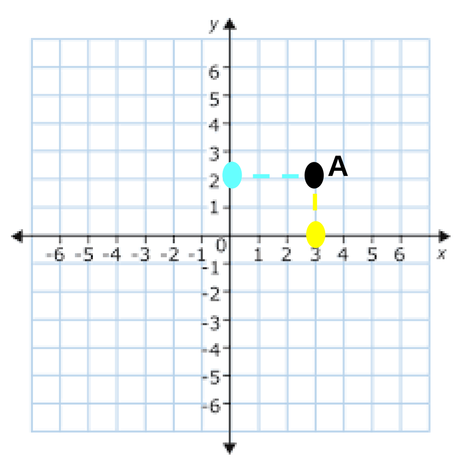
Obtener el par ordenado o punto $(x, f(x))$

Se debe representar el punto como un par ordenado, donde la primera coordenada corresponde al valor de x y la segunda coordenada al valor de $f(x)$

Recuerda que para representar un punto en el plano cartesiano, debes ubicar la primera coordenada (x) en el eje horizontal y luego ubicar la segunda coordenada (y) en el eje vertical e intersectarlas en el plano.

Por ejemplo para ubicar el punto $A(3,2)$:

$A(3,2)\ , donde\ x = 3\ \ e\ \ y = 2$



Ejemplo:

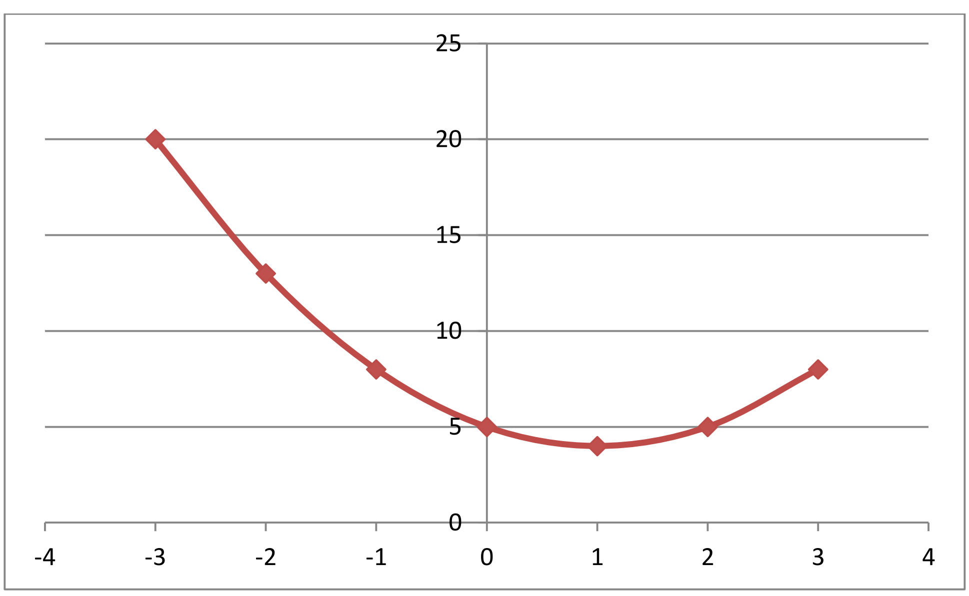
Obtener una tabla de valores para la función cuadrática

$$f(x) = x^2 - 2x + 5$$

$\boldsymbol{x}$	$f(x) = x^2 - 2x + 5$	$(\boldsymbol{x}\,, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}))$
$\mathbf{-3}$	$f(x) = (-3)^2 - 2 \cdot -3 + 5 = 20$	$(\mathbf{-3}\,, \mathbf{20})$
$\mathbf{-2}$	$f(x) = (-2)^2 - 2 \cdot -2 + 5 = 13$	$(\mathbf{-2}\,, \mathbf{13})$
$\mathbf{-1}$	$f(x) = (-1)^2 - 2 \cdot -1 + 5 = 8$	$(\mathbf{-1}\,, \mathbf{8})$
$\mathbf{0}$	$f(x) = (0)^2 - 2 \cdot 0 + 5 = 5$	$(\mathbf{0}\,, \mathbf{5})$
$\mathbf{1}$	$f(x) = (1)^2 - 2 \cdot 1 + 5 = 4$	$(\mathbf{1}\,, \mathbf{4})$
$\mathbf{2}$	$f(x) = (2)^2 - 2 \cdot 2 + 5 = 5$	$(\mathbf{2}\,, \mathbf{5})$
$\mathbf{3}$	$f(x) = (3)^2 - 2 \cdot 3 + 5 = 8$	$(\mathbf{3}\,, \mathbf{8})$

A partir de la tabla de valores se puede graficar la función cuadrática y observar su comportamiento.

$$f(x) = x^2 - 2x + 5$$



Práctica

I. Completa la tabla de valores para cada una de las siguientes funciones cuadráticas:

a) $f(x) = x^2$

$\boldsymbol{x}$	$f(x) = x^2$	$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}))$
$\mathbf{-3}$		
$\mathbf{-2}$		
$\mathbf{-1}$		
$\mathbf{0}$		
$\mathbf{1}$		
$\mathbf{2}$		
$\mathbf{3}$		

b) $f(x) = x^2 - 2x$

$\boldsymbol{x}$	$f(x) = x^2 - 2x$	$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}))$
$\mathbf{-14}$		
$\mathbf{-12}$		
$\mathbf{-10}$		
$\mathbf{-8}$		
$\mathbf{-6}$		
$\mathbf{-4}$		
$\mathbf{-2}$		

c) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$

$\boldsymbol{x}$	$f(x) = -x^2 + 2x - 3$	$(\boldsymbol{x}\,, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}))$
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

Desafío

Aplica lo visto anteriormente para resolver la siguiente actividad.

El lanzamiento de un proyectil se puede modelar con una función de tipo cuadrática, como la siguiente.

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = -\mathbf{16}\boldsymbol{t}^{\mathbf{2}} + \mathbf{144}\boldsymbol{t}$$

dónde $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$ corresponde a la altura alcanzada por el proyectil en metros y $\boldsymbol{t}$ corresponde al tiempo utilizado por el proyectil para alcanzar cierta altura en segundos.

Dibuja la trayectoria aproximada que sigue el proyectil, graficando la función cuadrática, desde su lanzamiento hasta los 9 segundos de vuelo.

GUÍA DEL ESTUDIANTE N°3

Análisis Gráfico

Introducción

La siguiente guía tiene como objetivo que adquieras, de manera eficiente, los conocimientos matemáticos correspondientes al siguiente objetivo de aprendizaje (OA):

OA 3: *Mostrar que comprenden la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c \;\; (a \neq 0)$:*
- *Reconociendo la función cuadrática $f(x) = ax^2$ en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.*
- *Representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con software educativo.*
- *Determinando puntos especiales de su gráfica.*
- *Seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático de otras asignaturas, en particular de la oferta y demanda.*

Se ha elaborado 1 ficha de estudio, la que aborda los siguientes conocimientos:

Tema	Ficha
3. Análisis Gráfico (Guía N°3)	1. Análisis Gráfico

En la ficha encontrarás las siguientes secciones:

- ***Recordemos:*** Se activan los conocimientos previos.
- ***Práctica:*** Se proponen actividades que te permitirán aplicar los conocimientos previos.
- ***Desafío:*** Se compone de una o más actividades por medio de problemas o situaciones en contextos concretos o matemáticos, que te invitarán a la aplicación y reflexión de los aprendizajes adquiridos.

ANÁLISIS GRÁFICO

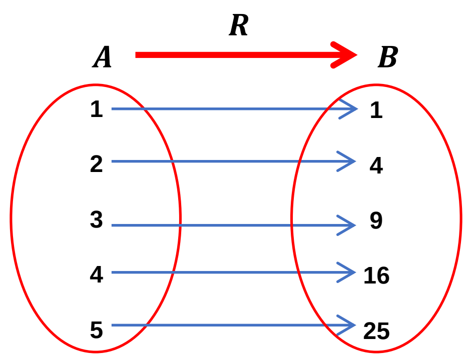
Recordemos

Una función se puede relacionar a diferentes representaciones:

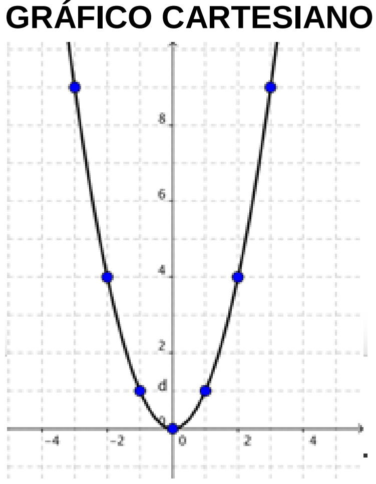
1. **TABLA DE VALORES**

x	$f(x)$
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

2. **DIAGRAMA SAGITAL**



3. **GRÁFICO CARTESIANO**



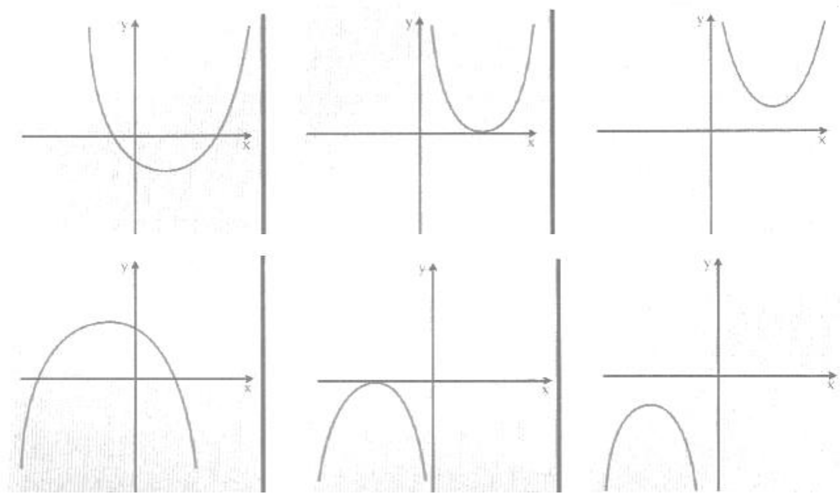
4. **EXPRESIÓN ALGEBRAICA**

$$f(x) = x^2$$

Todas las representaciones anteriores son de un tipo de función, llamada FUNCIÓN CUADRÁTICA. En las fichas anteriores hemos abordado las representaciones de tipo algebraica, diagrama de Venn y tabla de valores. No obstante, ¿cómo se representa gráficamente una función cuadrática? ¿Qué relación existe entre la expresión algebraica que contiene los coeficientes a, b y c, y la representación de este tipo de funciones en el plano cartesiano?

REPRESENTACIÓN GRÁFICA: PARÁBOLA

Al graficar una función cuadrática en el plano cartesiano utilizando una tabla de valores, obtenemos una curva llamada Parábola, que podría estar en distintas ubicaciones del plano.



La posición que adoptará la parábola en el plano cartesiano dependerá de los valores de los coeficientes de la función cuadrática.

A continuación, conoceremos la relación que existe entre los coeficientes a, b y c, respecto a la ubicación de la parábola en el plano.

CONCAVIDAD

La concavidad de una parábola está asociada a su apertura, es decir, sus "ramas" pueden estar abiertas hacia arriba o hacia abajo.

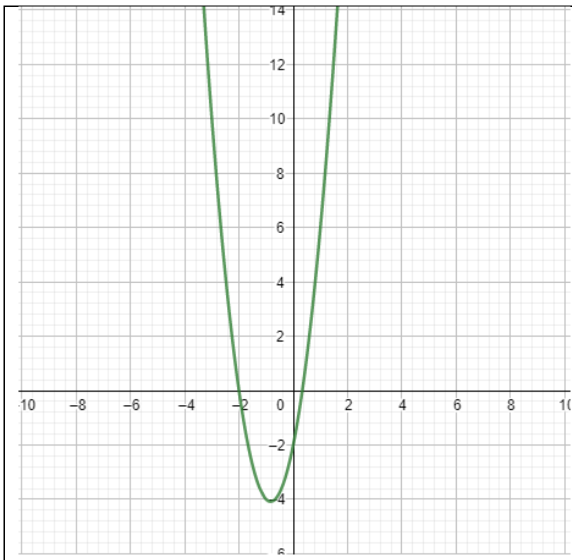
Esta característica está relacionada con el coeficiente a de la función.

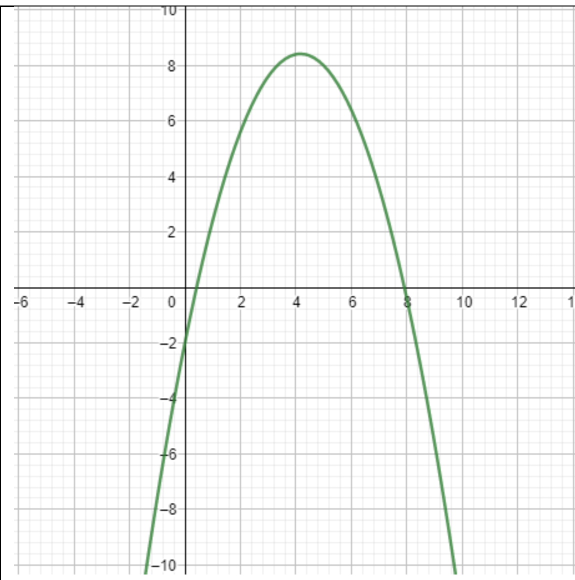
$f(x) = ax^2 + bx + c$, donde se cumple:

- Si $a < 0$, la parábola se abre hacia abajo o es **cóncava hacia abajo**.
  Si $a > 0$, la parábola se abre hacia arriba o es **cóncava hacia arriba**.

Ejemplo:

En $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$, $a = 3$, es decir, la gráfica de la función es una parábola con sus ramas abiertas hacia arriba.	En $g(x) = -\frac{3}{5}x^2 + 5x - 2$, $a = -\frac{3}{5}$, es decir, la gráfica de la función es una parábola con sus ramas abiertas hacia abajo.


14
12
10
8
6
4
2
−10 −8 −6 −4 −2 0 2 4 6 8 10
−2
−4
−6


10
8
6
4
2
−6 −4 −2 0 2 4 6 8 10 12 14
−2
−4
−6
−8
−10