



GUÍA DE MATEMÁTICA

OA	8
Unidad 1	Números
Guía : 13	PROPORCIONALIDAD

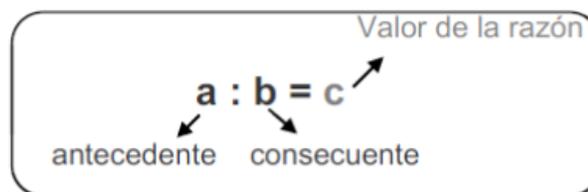
OBJETIVO DE LA CLASE: Comprender las características de la proporcionalidad y sus usos en la vida cotidiana.

PROPORCIONALIDAD

Recordemos

Caso 1: Valor de una razón

Recuerda que una razón es la relación entre dos cantidades mediante una división. Por lo tanto, el resultado de la división o cociente entre el antecedente y el consecuente se denomina **valor de la razón**.



Ejemplos:

El valor de la razón 1 es a 2 es: $1 : 2 = 0,5$

El valor de la razón 5 es a 1 es: $5 : 1 = 5$

El valor de la razón 3 es a 4 es: $3 : 4 = 0,75$



ACTIVIDAD 1:

Calcula el valor de las siguientes razones:

a) 10 es a 2

b) 1 : 8

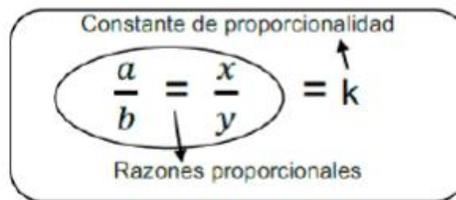
c) 3 es a 1

d) $\frac{4}{10}$

Caso 2: Proporcionalidad

La proporcionalidad es la igualdad entre dos o más razones, por lo tanto, las razones proporcionales son equivalentes.

Si dos o más razones son proporcionales, el valor de la razón será el mismo para cada una de ellas. El valor de las razones proporcionales se denomina constante de proporcionalidad.



Esto quiere decir que:

$$a : b = x : y = k$$

$$a : b = k$$

$$x : y = k$$

Entonces, si tenemos "**a : b = x : y**", **esto** se lee: "**a es a b como x es a y**".

Ejemplo:

Veamos si se cumple que 1 es a 2 como 2 es a 4:

Paso 1. Obtén el valor de cada razón. Divide el antecedente con el consecuente.

$$1 : 2 = 0,5$$

$$2 : 4 = 0,5$$

Paso 2. Compara los valores de las razones. Si éstos son iguales, entonces las razones son proporcionales. Si no son iguales, las razones no son proporcionales.

$$1 : 2 = 0,5$$

$$2 : 4 = 0,5$$



Por lo tanto, se puede afirmar que 1 es a 2 como 2 es a 4, siendo 0,5 la constante de proporcionalidad.

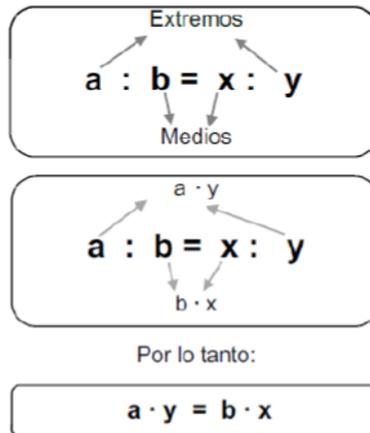
ACTIVIDAD 2:

Calcula el valor de las razones, para identifica si hay proporcionalidad o no:

- a) 1 es a 5 como 5 es a 25
- b) $4 : 1 = 16 : 4$
- c) $\frac{3}{7} = \frac{4}{8}$
- d) 2 es a 5 como 8 es a 20

Caso 3: Propiedad fundamental de las proporciones

La propiedad fundamental de las proporciones indica que el producto de los extremos es igual al producto de los medios.



Ejemplos:

Las razones 1:2 y 2:4, ¿son proporcionales? Comprueba utilizando la propiedad fundamental de las proporciones.

Paso 1. Ordena los datos. Puedes escribir las razones como división o como fracción.

$1 : 2 = 2 : 4$ ó $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

Paso 2. Multiplica los medios entre sí y los extremos de la misma forma.





Paso 3. Compara los productos. Si éstos son iguales, entonces las razones son proporcionales.



Ahora ya puedes responder a la pregunta: Las razones 1:2 y 2:4, ¿son proporcionales? Sí, porque al multiplicar los extremos el producto es 4 y al multiplicar los medios el producto también es 4.

ACTIVIDAD 3:

Calcula el producto entre los extremos y los medios para comprobar si las razones son proporcionales o no lo son:

a) 2 es a 7 como 4 es a 14

b) $5 : 7 = 25 : 21$

c) 9 es a 8 como 27 es a 24

d) $\frac{11}{13} = \frac{44}{52}$

Caso 4. Modelamiento de situaciones a través de la proporcionalidad

Las razones proporcionales están presentes en diversas situaciones de la vida cotidiana. Éstas además sirven para calcular cantidades desconocidas y resolver problemas.

Algunas situaciones que involucran razones proporcionales son: la capacidad de un estanque de gasolina de un vehículo y los litros que rinde al andar; la velocidad de un vehículo y el tiempo que se demora en recorrer una cierta distancia; cantidades de ingredientes para preparar recetas; cantidad de productos vendidos y las ganancias que se generan; etc.

Ejemplo:

Retomaré la situación de cómo preparar arroz, pero a través de la proporcionalidad.

Tal como sabemos, para preparar arroz se da la instrucción de utilizar arroz y agua en relación 1 es a 2. Esto quiere decir que, por 1 taza de arroz se deben integrar 2 tazas de agua. Para preparar más cantidad de arroz se debe utilizar una razón proporcional.

Si se quiere preparar 4 tazas de arroz, ¿cuál es la ecuación que permite determinar la cantidad de agua que se requiere?

Paso 1. Escribe las razones como división o fracción según tus conocimientos.

Arroz : Agua = Arroz : Agua

$1 : 2 = 4 : x$

ó

$$\frac{\text{Arroz}}{\text{Agua}} = \frac{\text{Arroz}}{\text{Agua}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{x}$$



Paso 2. Aplica la propiedad fundamental de las proporciones (el producto de los extremos es igual al producto de los medios). Para esto, se plantea la siguiente ecuación.

$$1 \cdot x = 2 \cdot 4$$

ACTIVIDAD 4

A cada situación escribe la ecuación que permite determinar la incógnita.

a) En una empresa de seguro por cada 7 supervisores hay 42 operadores. Si siempre mantiene la misma razón, ¿cuántos supervisores necesitan si se reducen los operadores a 28 personas?

Escribe las razones (como división o fracción)

Escribe la ecuación

b) Si 2 kilogramos de frutillas cuestan \$1 000, ¿cuántos kilogramos puedo comprar con \$2 500?

Escribe las razones (como división o fracción)

Escribe la ecuación

c) Dos números están en la razón 2 es a 5. Si el mayor de ellos es 125, ¿cuál es el otro número?

Escribe las razones (como división o fracción)

Escribe la ecuación



GUÍA DE MATEMÁTICA

OA	8
Unidad 1	Números
Guía : 14	PROPORCIONALIDAD

OBJETIVO DE LA CLASE: Comprender las características de la proporcionalidad y sus usos en la vida cotidiana.

PROPORCIONALIDAD

Recordemos

Caso 5. Resolución de problemas que involucran proporción

Como se mencionó en el caso anterior, se pueden resolver situaciones o problemas de la vida utilizando la propiedad fundamental de las razones proporcionales.

Ejemplo:

Marcos cobra \$100 000 a la semana (de lunes a viernes) por un servicio de aseo en un edificio. ¿Cuánto debe cobrar por trabajar 3 semanas y 2 días?

Paso 1. Ordena los datos y escribe las razones como división o fracción según te acomode.

$$\begin{array}{c}
 \$100\ 000 : 5 \text{ días} = \$x : 17 \text{ días} \\
 \downarrow \\
 100\ 000 : 5 = x : 17
 \end{array}
 \quad \text{ó} \quad
 \begin{array}{c}
 \frac{\$100\ 000}{5 \text{ días}} = \frac{\$x}{17 \text{ días}} \\
 \downarrow \\
 \frac{100\ 000}{5} = \frac{x}{17}
 \end{array}$$

Paso 2. Aplica la propiedad fundamental de las proporciones (el producto de los extremos es igual al producto de los medios). Para esto, realiza una ecuación.

$$100\ 000 \cdot 17 = x \cdot 5$$

Paso 3. Despeja la incógnita y obtén el valor que buscas.

$$100\ 000 \cdot 17 = x \cdot 5 \rightarrow 1\ 700\ 000 = x \cdot 5 \rightarrow \frac{1\ 700\ 000}{5} = x \rightarrow 340\ 000 = x$$



COLEGIO OLIVAR COLLEGE

Subsector : Matemática

Nivel : 8° Básico

Profesor : Nicolás Miranda V.

Paso 4. Comprueba, reemplazando el valor de x por el valor determinado.

$$100\ 000 \cdot 17 = 340\ 000 \cdot 5$$

$$1\ 700\ 000 = 1\ 700\ 000$$

Como se cumple la igualdad, el valor obtenido para x es correcto.
Por lo tanto, Marcos por trabajar 3 semanas y 2 días debe cobrar \$340 000.

ACTIVIDAD 5:

Resuelve los siguientes problemas, según los pasos señalados.

a) Brian está pintando su casa. Si un tarro de pintura le alcanza para pintar 13 metros cuadrados de superficie, ¿cuántos tarros de pintura necesita para pintar 65 metros cuadrados de superficie?

Escribe las razones (como división o fracción).

Escribe la ecuación.

Despeja la incógnita.

Comprueba.

Respuesta.

b) Miriam es cocinera y trabaja con su ayudante Berta. Por cada evento trabajado reparten las ganancias en razón 5 : 4, respectivamente. Si Miriam en un evento del fin de semana ganó \$100 000, ¿cuánto ganó Berta?

Escribe las razones (como división o fracción).

Escribe la ecuación.

Despeja la incógnita.

Comprueba.

Respuesta.



Práctica

Resuelve los siguientes problemas utilizando tus conocimientos y lo conocido sobre razones y proporciones:

a) Una moto gastó 3 litros de gasolina en ir de Santiago a la región de Valparaíso, en los que recorrió 150 km aproximadamente. ¿Cuántos litros de gasolina necesita para ir de Valparaíso a San Antonio, donde la distancia de un punto a otro es de 85 km aproximadamente?

b) Las edades de dos hermanos están en la razón 6 : 7. Si al sumarlas dan como resultado 65. ¿Cuántos años tiene cada uno?

c) Juan y su sobrino Miguel arriendan un departamento en \$200 000. Juan y Miguel pagan el arriendo en la razón 3 : 2. ¿Cuánto paga cada uno?

d) Continuando con el problema anterior: Si el mes siguiente bajan el arriendo a \$180 000, y Juan con Miguel siguen pagando según la razón 3:2, ¿cuánto pagará cada uno?

e) Crea un problema que involucre razones proporcionales y resuélvelo.

Problema: _____

Resolución:



COLEGIO OLIVAR COLLEGE

Subsector : Matemática

Nivel : 8° Básico

Profesor : Nicolás Miranda V.

GUÍA DE MATEMÁTICA

OA	8
Unidad 1	Números
Guía : 15	PROPORCIONALIDAD

OBJETIVO DE LA CLASE: Desarrollar control Plan de trabajo Escuelas Arriba

CONTROL ESCUELA ARRIBAS



HOJA DE RESPUESTA MATEMÁTICA

ESCUELAS ARRIBA

OLIVAR COLLEGE

Nombre:

Curso:

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	

6.	
7.	
8.	
9.	
10.	

11.	
12.	
13.	
14.	
15.	

16.	
17.	
18.	
19.	
20.	



GUÍA DE MATEMÁTICA

OA	8
Unidad 1	Números
Guía : 16	PROPORCIONALIDAD DIRECTA

OBJETIVO DE LA CLASE: Comprender la proporcionalidad directa y representarla mediante tablas y gráficos.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Recordemos

SITUACIONES QUE INVOLUCRAN PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Caso 1: Modelamiento de situaciones que involucran proporcionalidad directa

Son directamente proporcionales las razones que mantienen constante el valor de razón. De aquí, ocurre que al aumentar una de las magnitudes, la otra también aumenta manteniendo la proporcionalidad.

Es decir, la razón $a : b$ es directamente proporcional si el valor de razón es constante. Y luego, al aumentar a , b aumenta manteniendo la proporcionalidad.

ACTIVIDAD 1:

Marca V (Verdadero) si la situación corresponde a una proporcionalidad directa o F (Falso) si no. Justifica las falsas.

- a) ___ La cantidad de tela que se dispone y la cantidad de manteles que se pueden hacer.
- b) ___ La cantidad de horas que puedo ver mi serie favorita y la cantidad de capítulos que puedo ver.
- c) ___ La cantidad de constructores y el tiempo que se demoran en construir un edificio.
- d) ___ La cantidad de envases de comida y la cantidad de porciones por envase.

Caso 2: Proporcionalidad directa

Una **variable** es un símbolo que representa a un elemento cualquiera de un conjunto numérico, la cual puede tomar diversos valores.



- **Variables independientes:** pueden tomar cualquier valor dentro de un rango de valores posibles.

- **Variables dependientes:** su valor depende del valor que haya tomado una variable independiente.

En la proporcionalidad directa se da la siguiente relación: si la variable independiente aumenta, la variable dependiente también aumenta manteniendo la misma proporcionalidad; y si la variable independiente disminuye, la variable dependiente también disminuye conservando la misma proporcionalidad, es decir, el valor de la razón es constante.

Ejemplo:

La razón entre la distancia a recorrer y el tiempo a demorarse en el recorrido. ¿Cómo asegurarse de que es una razón directamente proporcional?

Paso 1. Identifica la variable independiente y la variable dependiente:

Variable independiente: distancia a recorrer.

Variable dependiente: tiempo.

Paso 2. Indica la relación entre las variables:

Si aumenta la distancia recorrida, aumenta el tiempo que demorará el recorrido.

Teniendo esta información, ya se puede saber con certeza que las variables son directamente proporcionales.

ACTIVIDAD 2:

A partir de las siguientes situaciones, identifica la variable independiente y dependiente, e indica la relación entre ellas, es decir, si son razones directamente proporcionales o no.

a) La cantidad de un producto vendidos y la cantidad de ganancias que se generan.

Variable independiente:

Variable dependiente:

Relación entre variables:

b) La cantidad de metros cuadrados que se pueden pintar dado una cantidad de pintura.

Variable independiente:

Variable dependiente:

Relación entre variables:

c) La cantidad de hojas de un libro y el peso del libro.

Variable independiente:

Variable dependiente:

Relación entre variables:



Caso 3: Resolución de problemas que involucran proporcionalidad directa

La proporcionalidad directa se ve representada en diversas situaciones de la vida cotidiana. Muchas veces, la utilizamos sin darnos cuenta. Observa cómo resolver problemas utilizando la proporcionalidad directa.

Ejemplo:

Pamela está vendiendo gorros de lana. Por cada gorro vendido ella gana \$1 200. ¿Cuánto dinero gana si vende 4 gorros?

Paso 1. Ordena los datos. Identifica las variables y analiza la relación entre ellas:

1 gorro	:	\$1 200
4 gorros	:	\$x

Variables → cantidad de gorros y ganancias.

Relación → Mientras más gorros venda, más ganancia obtiene.

Paso 2. Escribe la proporción. Aplica la propiedad fundamental de la proporción.

$$1 : 1\,200 = 4 : x \quad \longrightarrow \quad 1 \cdot x = 1\,200 \cdot 4$$

Paso 3. Despeja la incógnita y encuentra su valor.

$$x = 4\,800$$

Ya puedes responder a la pregunta: Por 4 gorros vendidos, gana \$4 800.

ACTIVIDAD 3:

Resuelve los siguientes problemas:

a) En una casa viven 8 personas y para el almuerzo planean preparar dos paquetes de tallarines, pero recordaron que llegarán 12 familiares más a almorzar. ¿Cuántos paquetes de tallarines deben preparar si quieren mantener lo que cada uno comerá?

b) Dos máquinas iguales fabrican 30 muebles en un día. ¿Cuántos muebles se pueden fabricar con 12 de esas mismas máquinas en un día? c) Luisa gana una cantidad fija por cada hora trabajada. Si la semana pasada trabajó 34 horas y ganó \$85 000, ¿cuántas horas debe trabajar esta semana para ganar \$100 000?



Caso 4: Tabular datos de situaciones que involucren proporcionalidad directa.

Tabular datos significa organizarlos en una tabla. Esto permite que la información esté visualmente disponible y ordenada, por lo que también es más fácil comprender la relación entre las variables.

Ejemplo:

La razón entre los litros de gasolina en el estanque de un automóvil y los kilómetros que rinde según la gasolina que dispone:

Paso 1. Identifica las variables:

- Variable independiente: litros de gasolina.
- Variable dependiente: kilómetros que rinde según la cantidad de gasolina que dispone.

Paso 2. Se destina una fila a cada variable.

litros de gasolina					
kilómetros que rinde					

Paso 3. Se calculan los datos utilizando la propiedad fundamental de las proporciones y se completa la tabla.

1 litro : 10 kilómetros = 2 litros : x kilómetros

$$1:10 = 2:x \quad \longrightarrow \quad 1 \cdot x = 10 \cdot 2 \quad \longrightarrow \quad x = 20$$

1 litro : 10 kilómetros = 3 litros : z kilómetros

$$1:10 = 3:z \quad \longrightarrow \quad 1 \cdot z = 3 \cdot 10 \quad \longrightarrow \quad z = 30$$

litros de bencina	1	2	3	4	5
kilómetros que rinde	10	20	30		

ACTIVIDAD 4:

a) Un kilogramo de queso cuesta \$5 200 pesos. ¿Cuánto cuestan 2 kg, 3kg, 4kg y 5kg? Calcula los datos restantes y completa la tabla.

Cantidad de queso	1 kg	2 kg	3 kg	4 kg	5 kg
Precio	\$5 200				

**COLEGIO OLIVAR COLLEGE**

Subsector : Matemática

Nivel : 8° Básico

Profesor : Nicolás Miranda V.

b) Un automóvil que va por la carretera recorre 82 kilómetros por hora. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido en las siguientes horas, si mantiene una velocidad constante? Calcula los datos restantes y completa la tabla.

Tiempo	Distancia recorrida
1 hora	82 kilómetros
3 horas	
5 horas	
8 horas	
10 horas	

c) Una persona bebe 2 litros de agua al día. ¿Cuántos litros de agua bebe en 1 semana, en 1 mes, en 2 meses y en medio año? Construye una tabla y tabula los datos solicitados.